

# Geometría I

## Examen X

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Geometría I

## Examen X

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://github.com/losdeldgiim)

Jesús Muñoz Velasco

Granada, 2023-2024

**Asignatura** Geometría I.

**Curso Académico** 2022-23.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Juan de Dios Pérez Jiménez.

**Descripción** Convocatoria Extraordinaria<sup>1</sup>.

**Fecha** 17 de febrero de 2023.

**Duración** 3 horas.

---

<sup>1</sup>El examen lo pone el departamento.

**Ejercicio 1** (2,5 puntos). Enuncia y demuestra el Teorema de Reflexividad.

**Ejercicio 2** (2 puntos). Sea  $V(\mathbb{R})$  un espacio vectorial de dimensión  $n \in \mathbb{N}$  y  $f$  un endomorfismo suyo que verifica  $f \circ f = -I_V$  ( $I_V$  es la aplicación identidad en  $V$ ). Demuestra que  $f$  es un automorfismo y que  $n$  no puede ser impar.

**Ejercicio 3** (5,5 puntos). Se consideran los espacios vectoriales  $S_2(\mathbb{R})$  y  $\mathbb{R}_2[x]$ .

- (3 puntos) Construye una aplicación lineal  $f : S_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  que verifique:

$$\ker(f) = \{A \in S_2(\mathbb{R}) : \text{traza}(A) = 0\} \text{ y } \ker(f^t) = L\{\phi, \psi\} \text{ donde}$$

$$\phi(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 - a_2, \quad \psi(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_1 - a_2, \quad \forall a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}.$$

Determina explícitamente  $f \left( \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right)$ ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ .

- (1 punto) Construye, si es posible, un endomorfismo  $h$  de  $S_2(\mathbb{R})$  distinto del endomorfismo nulo tal que  $f \circ h$  sea la aplicación lineal nula.
- (1,5 puntos) Calcula una base del espacio cociente  $\mathbb{R}_2[x]/\text{Im}(f)$  y determina si este espacio es isomorfo a  $S_2(\mathbb{R})/\ker(f)$ .